EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

***Varianta* ….081**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze aria unui pătrat cu perimetrul 16.
(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului determinat de punctele $A(2,3)$ și $B(3,2)$.
(4p) **c)** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4}$.
(4p) **d)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(2,3)$ și $B(3,2)$ să fie pe dreapta de ecuație $x+ay+b=0$.
(2p) **e)** Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(2,3)$, $B(3,2)$ și $C(1,1)$.
(2p) **f)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $\frac{2+3i}{4+5i}=a+bi$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix}1 & 3\\ 5 & 7\end{vmatrix}$.
(3p) **b)** Să se calculeze matricea $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}^{2007}$.
(3p) **c)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive , ecuația $\log_5 x=\log_6 x$.
(3p) **d)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale , ecuația $3^x=9^x$.
(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $3^n+4^n>5^n$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=5x-2\sin x$.
(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.
(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.
(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.
(3p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5n^2}{7n^2+n-1}$.
(3p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 \frac{1}{x^2-9}dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea de funcții

$G = \left\{ f_n \middle| f_n : \mathbf{R} \to \mathbf{R},\ f_n(x) = (x+1)^{3^n} - 1,\ \forall n \in \mathbf{Z},\ \forall x \in \mathbf{R} \right\}.$

(4p) **a)** Să se arate că funcția $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = x$, aparține mulțimii G.

(4p) **b)** Să se arate că $f_n \circ f_p = f_{n+p}$, $\forall n, p \in \mathbf{Z}$.

(4p) **c)** Să se arate că $(f_n \circ f_{-n})(x) = x$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $\forall n \in \mathbf{N}$.

(2p) **d)** Să se calculeze suma $f_1(-1) + f_2(-1) + ... + f_{2005}(-1)$.

(2p) **e)** Să se arate că funcția f_1 este crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se arate că mulțimea G împreună cu operația de compunere a funcțiilor determină o structură de grup .

(2p) **g)** Să se rezolve în $\mathbf{R}$ ecuația $f_1(x) + f_2(x) = 0$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $h : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $h(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!}$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = h(x) + \frac{x^3}{3!}$,

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(x) + \frac{x^4}{4!}$.

(4p) **a)** Să se arate că $g'(x) = h(x)$ şi $f'(x) = g(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că $h(x) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că funcția g este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 h(x)dx$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim_{x \to \infty} g(x)$ şi $\lim_{x \to -\infty} g(x)$.

(2p) **f)** Să se arate că ecuația $g(x) = 0$ are o singură soluție reală.

(2p) **g)** Să se arate că $f(x) > 0, \forall x \in \mathbf{R}$.